Nicolas BOURBAKI

Jean CEA

Naissance

10 Décembre 1934, Quartier Latin, Paris : un nouveau-né, il sera mathématicien.

Il connaîtra la gloire pour ses écrits, ses notations, ses méthodes, ses médailles, son séminaire…

Mais sa naissance restera confidentielle jusqu'à l'été suivant.

Le jeune N. Bourbaki, un enfant surdoué, fera ses premiers pas publiquement entre le 10 et le 20 juillet 1935 à Besse-en-Chandesse près de Clermont-Ferrand.

Ce génie

- **publiera de très nombreux volumes,**

- **animera un séminaire mondialement connu,**

- **recevra 5 Médailles Fields…**

➢ **C'est dire la qualité de Bourbaki !**

- ***Vous pouvez penser que c'est trop pour un seul homme***

et vous avez raison :

En effet, derrière Nicolas Bourbaki se cache un groupe de 9 jeunes mathématiciens français, tous issus de l'École Normale Supérieure, rue d'Ulm (sauf un).

À l'origine

- **Henri Cartan et André Weil, professeurs à l'Université de Strasbourg au début des années 1930 devaient enseigner le calcul différentiel et intégral.**
- **Aux portes de l'Allemagne, *l'Université de Strasbourg redevenue française devait se montrer brillante*. Malheureusement, Cartan et Weil ne disposaient que du *Traité d'analyse* d'Édouard Goursat pour préparer leurs cours ; cet ouvrage ne les satisfaisait pas !**
- **Ils vont alors réunir à Paris un groupe d'amis pour créer un traité plus satisfaisant.**

But initial

- « ***Fixer pour 25 ans*** *les matières du certificat de calcul différentiel et intégral en rédigeant en commun un traité d'Analyse. Il est entendu que ce sera un traité aussi moderne que possible. Il faut faire* ***un traité utile à tous*** *: aux chercheurs (patentés ou non), aux « **trouveurs** », aux candidats aux fonctions de l'enseignement public, aux physiciens et à tous les techniciens. »* (***André Weil***).
- **Il est prévu d'écrire 1.000 pages en 6 mois !**

http://www.algtop.net/wp-content/uploads/2012/02/docs_conf_ren-uir-2013_slides_CasablancaTalk2013.beamer.pdf

- **Trouveurs : selon Weil n'existent que les grands mathématiciens, « les trouveurs », qui sont des génies précoces et sont à l'apogée de leur talent entre vingt et trente ans. Ceux qui n'ont pas cette chance sont comparés à une « caisse de résonance » à l'usage des autres.** (Jacques Roubaud : L'amour du nombre, p321)

Création confidentielle du groupe

Café Capoulade

10 décembre 1934

63 boulevard Saint-Michel
(angle rue Soufflot)
Paris 05

De 1930 à 1965, à deux pas du Panthéon, deux générations de parisiens, d'étudiants, d'intellectuels, d'écrivains ou même de touristes, ont fréquenté le « Café Capoulade », qui faisait l'angle du boulevard Saint-Michel et de la rue Soufflot, dans le 5ème. Anciennement « Taverne du Panthéon », la brasserie devint « A Capoulade » en 1934, quand un Auvergnat reprit l'endroit.

La première rencontre du futur groupe Bourbaki : Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Delsarte, Jean Dieudonné, René de Possel and André Weil.

https://www.facebook.com/pg/johndorbigny/photos/?tab=album&album_id=670894686330344

Création officielle du groupe

Besse-en-Chandesse

le 10 et le 20 juillet 1935

***Deuxième rangée*, en partant de la gauche : Henri Cartan, René de Possel, Jean Dieudonné, André Weil, Luc Olivier (biologiste)**
***Première rangée*, en partant de la gauche : Mirles (cobaye), Claude Chevalley , Szolem Mandelbrojt**

http://www2.mat.ulaval.ca/fileadmin/Pages_personnelles_des_profs/hm/H14_Bourbaki.pdf

Les fondateurs

André Weil, Jean Delsarte (promotion 1922),

Henri Cartan, Jean Coulomb, René de Possel (promotion 1923),

Jean-Alexandre Dieudonné, Charles Ehresmann (promotion 1924),

Claude Chevalley (promotion 1926),

Szolem Mandelbrojt.

*Huit sont des anciens élèves de l'École Normale Supérieure, ils viennent, à peine, de dépasser **la trentaine**.*

Le choix d'un nom : Bourbaki (I)

- **Le choix du nom Bourbaki relève de plusieurs canulars :**
- **En 1923, les élèves de l'époque avaient monté un canular : l'un d'entre eux, Raoul Husson (élève de 3ème année) se déguise en vieux professeur barbu (caricature d'un authentique galonné qui dispensait la préparation militaire aux normaliens à ce moment-là) et se présente aux élèves de première année (dont André Weil) pour exposer le « Théorème de Bourbaki », bien entendu, totalement imaginaire, subtilement faux.**
- **Une autre source signale que l'idée vient d'André Weil. Pour régler par l'humour une querelle locale et pour piéger un adversaire qui se croyait très érudit, il suggère autour de 1930 à un collègue indien de publier un article totalement imaginaire sous le titre « On a *Generalization* of the second Theorem of Bourbaki ». Le piège va fonctionner à merveille, *l'adversaire va disserter sur ce théorème.***

Le choix d’un nom : Bourbaki (II)

- **Très accroc sur le nom de Bourbaki, André Weil, toujours lui, a imaginé un Bourbaki mathématicien en Poldévie. Il ne manquait pas d’imagination, il venait de créer un mathématicien et un nouveau pays d’Europe !**
- **Notons qu’un Bourbaki a effectivement existé en France : Charles-Denis-Sauter Bourbaki, un général de Napoléon III**
- **Le prénom Nicolas semble avoir été proposé par la femme d’un membre du groupe.**

Encore du folklore : Nancago

- **Le mot NANCAGO mérite quelques explications :**
- **Le secrétariat du groupe était géré depuis NANcy, lieu d'habitation de Jean Delsarte.**
- **André Weil, vivait à ChiCAGO.**
- **Il proposa NANCAGO comme domiciliation de Bourbaki.**

La règle des 50 ans

Parmi les règles qui organisent ce groupe secret de mathématiciens, il est décidé qu'à l'âge de 50 ans, tout membre de Bourbaki devra céder sa place aux jeunes générations.

Pour l'anecdote, André Weil, à l'occasion de la fête d'anniversaire des 50 ans de Dieudonné (en juillet 1956), fit lire au groupe Bourbaki une lettre où il annonçait son retrait du groupe, car il avait lui-même dépassé l'âge limite.
Cet éclat eut son effet mais les cinquantenaires traînèrent un peu les pieds pour partir.

Selon Pierre Cartier, Weil participa à des congrès à Amboise en 1957 et 1959, notamment pour travailler sur la mesure de Haar. Dieudonné continua, jusqu'à la fin des années 1970, à relire minutieusement les épreuves des *Éléments de mathématique*.

Ref : https://fr.wikipedia.org/wiki/Nicolas_Bourbaki#cite_note-7

André Weil (1906-1998)

- **16 ans : École Normale Supérieure. Culottes courtes, « désaccord » avec le Directeur de l'école !**
- **22 ans : doctorat en mathématiques.**
- **Enseignant dans de nombreuses universités françaises et étrangères. Grand voyageur.**
- **Lorsque la Seconde Guerre mondiale éclate, André Weil se trouve en Finlande, voyageant en Scandinavie depuis avril 1939. Il est arrêté par les services secrets finlandais, suspecté d'espionnage pour l'URSS.**
- **Libéré, il retourne en France. Accostant au Havre en janvier 1940, il est arrêté et emprisonné, de février à mai, sous l'inculpation de s'être soustrait à ses obligations militaires en temps de guerre. Jugé le 3 mai 1940, il est condamné à cinq ans de prison. Cet antimilitariste, citoyen du monde, demande à être intégré à l'armée, il rejoint un régiment à Cherbourg. Il échappe ainsi à la prison.**
- ***Il laisse des contributions remarquables dans nombre de domaines, et en premier lieu en géométrie algébrique et en théorie des nombres.***
- **Il a joué un grand rôle dans l'aventure bourbakiste.**
- **À sa mort, le seul honneur mentionné dans sa biographie officielle indiquait simplement « Membre, Académie des Sciences et des Lettres de Poldévie », alors qu'il était membre de plusieurs académies internationales et qu'il avait reçu plusieurs grands prix.**
- **Frère ainé de la philosophe Simone Adolphine Weil (1909-1943), père de Sylvie. La femme d'état française Simone Weil (1927-2017) est née Jacob.**

La cooptation

Le temps passant, les fondateurs seront remplacés progressivement par d'autres mathématiciens de qualité, toujours par cooptation.

Parmi eux, citons Jean Christophe Yoccoz (1957-2016), *toujours premier dans toutes les compétitions,* Médaille Fields en 1994, disparu prématurément.

Citons aussi :

- Louis Boutet de Monvel (1941-2014), ancien professeur à l'Université de Nice puis à Paris.

- **Gilles Lebeau, professeur à Paris, puis à l'Université de Nice-Sophia Antipolis depuis 2001.**

Pour mémoire :

Le membre fondateur Jean-Alexandre Dieudonné a été Doyen de la Faculté des Sciences de Nice. Nous lui devons la création d'un département de mathématiques de haut niveau. La qualité est toujours là.

Les mathématiciens entre deux guerres

- **La « Grande » Guerre de 1914-18 avait créé une saignée dans le corps enseignant, le travail de la génération sacrifiée manquait. L'encadrement habituel dont bénéficient les jeunes chercheurs n'était plus disponible.**
- **Une saignée aussi chez les normaliens, donc candidats chercheurs.**
- **Ainsi, le groupe Bourbaki s'est constitué dans un contexte où une génération de *mathématiciens potentiels* avait été décimée par la Première Guerre mondiale.**
- **Les nouveaux mathématiciens se sentaient un peu orphelins.**
- **Les jeunes normaliens qui constituèrent le groupe se trouvaient donc sans prédécesseurs immédiats au sein de l'Université, sauf Gaston Julia, et avaient pour interlocuteurs des chercheurs du XIXe siècle (Élie Cartan, Henri Lebesgue, Jacques Hadamard, Émile Picard, Édouard Goursat).**

Ref : https://fr.wikipedia.org/wiki/Nicolas_Bourbaki#cite_note-7

Changement de Cap

- Les jeunes mathématiciens allaient s’attaquer, sans aucun complexe, à l'intégration et au calcul différentiel, mais le terrain était « flottant ».
- Dès les premières rencontres, ils se rendirent compte qu’il fallait commencer par rendre rigoureux les fondements afin de travailler sur un terrain sûr.
- Ils vont déboucher très vite sur les fondements, les ensembles, les structures abstraites, les axiomes, la logique des démonstrations, les notations…

Évolution

- **Le groupe Bourbaki se réunissait plusieurs fois pas an pendant une ou deux semaines.**
- **Il devenait impossible de continuer avec les anciennes classifications : géométrie, algèbre, théorie des nombres, calcul différentiel…**
- **On retournera à la théorie des ensembles et surtout aux structures que l'on peut définir sur ces ensembles. Une nouvelle classification va se développer, elle sera transverse avec les structures algébriques, ordonnées, topologiques…. : géométrie algébrique, topologie algébrique, topologie différentielle…**
- **Un sens est inversé : on part de la théorie pour déboucher sur les cas particuliers et non le contraire, on part d'un cas particulier pour en faire une théorie !**

Proches d'Euclide et de la mythologie grecque

- **Si l'esprit de ces jeunes gens était assez « potache », leur modeste ambition initiale est devenue démesurée : il s'agissait de nettoyer les « Ecuries d'Augias »**

- ***Mythologie grecque : Héraclès et le 5ième de ses 12 travaux*. Augias était le propriétaire de plusieurs écuries qui abritaient 3.000 bœufs. Aucun soin, tout était d'une saleté repoussante depuis 30 ans. Héraclès, fils de Zeus et d'Icmène, entreprend de les nettoyer.**
- **Il détourne 2 fleuves, lave tout, remet les fleuves comme il faut, et puis, un beau soleil sèche tout !**

La critique de Bourbaki

Elle portait sur :

- **L’émiettement des mathématiques en spécialités étanches,**
- **La prééminence d'une analyse foisonnante mais manquant de rigueur,**
- **L'ignorance (explicable en partie par le contexte politique) de branches actives à l'étranger,**
- **Particulièrement l'algèbre développée en Allemagne.**

Ref : https://fr.wikipedia.org/wiki/Nicolas_Bourbaki#cite_note-7

Un idéal de rupture

Les principales influences que revendique Bourbaki :

- **les Éléments d'Euclide de l'antiquité par opposition à l'ambition encyclopédique du début du siècle,**
- **la méthode axiomatique de David Hilbert par opposition à Henri Poincaré,**
- **la valorisation de l'abstraction et des structures au détriment des applications,**
- **la recherche d'une généralité maximale sur le modèle de la « Modern Algebra » allemande par opposition avec la tradition de l'Analyse française, dans laquelle la généralité d'une théorie ne doit pas excéder son applicabilité.**

- http://images.math.cnrs.fr/N-Bourbaki-Ruptures-et-continuite.html

Le retour des Éléments

- **En hommage à Euclide (300 ans avant J.C.) et à ses « Éléments », ils allaient rédiger les « Éléments de mathématique » du XXème siècle.**
- **Une volonté : « *Le traité prend les mathématiques à leur début, et donne des démonstrations complètes. Sa lecture ne suppose donc, en principe, aucune connaissance mathématique particulière, mais seulement une certaine habitude du raisonnement mathématique et un certain pouvoir d'abstraction* ».**
- **Ils pensaient qu'un mathématicien devait comprendre l'ensemble des mathématiques : la mathématique était « Une ». (Hilbert et Poincaré, 1900)**

Un exemple de structure : le groupe

- **Un groupe est une des structures algébriques fondamentales de l'algèbre générale. C'est un ensemble muni d'une loi de composition interne. Cette loi est associative, elle admet un élément neutre. Pour chaque élément de l'ensemble, il existe un élément symétrique.**
- **Exemple : les entiers relatifs Z … -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4…**
- **Loi de composition interne** : c'est l'addition « **+** » , si a et b sont des entiers relatifs, a+b aussi.
- **Associativité** : pour 3 entiers quelconques a, b, c, on a : (a+b)+c = a+(b+c)
- **Élément neutre** : **0**, pour tout entier a, on a : 0+a = a+0 = a
- **Élément symétrique** : pour tout entier a, il existe un entier b tel que

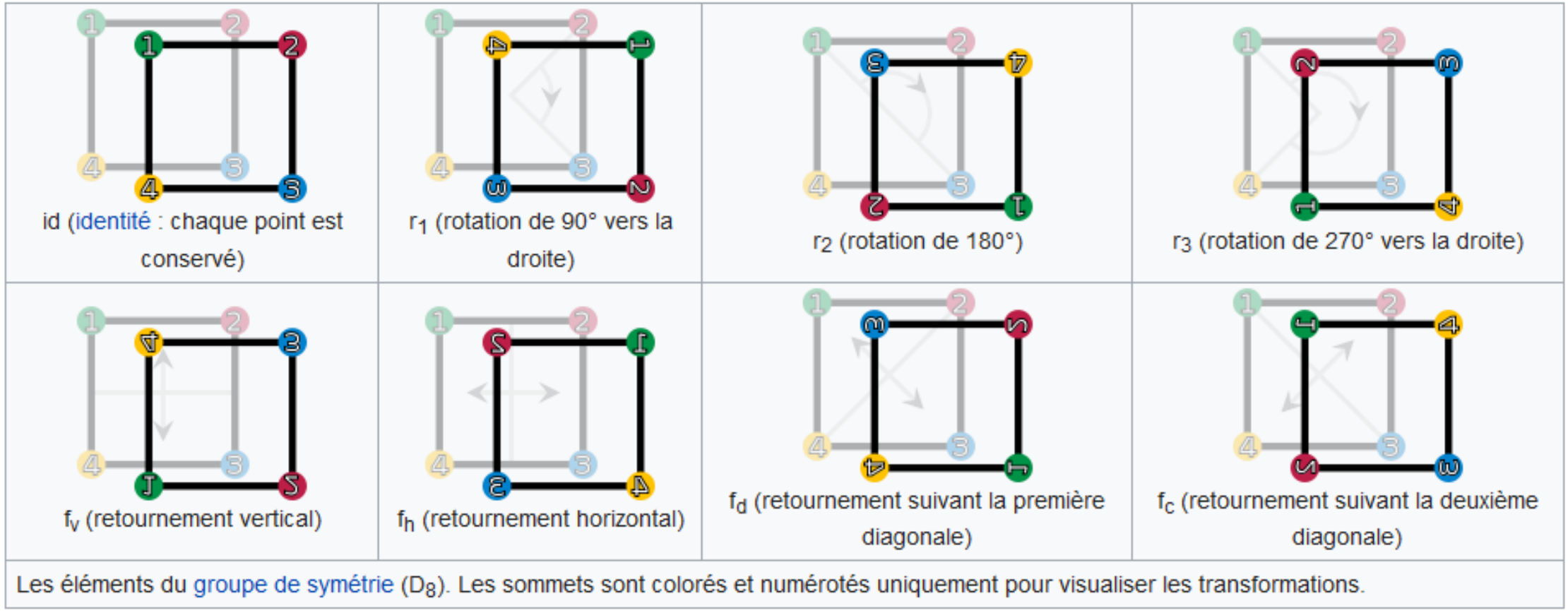
a+b = b+a = 0, b vaut –a

Pour **Z**, la loi est plus riche, on a la propriété : a+b = b+a, c'est la **symétrie** ou la commutativité. Le groupe est dit alors **abélien** (en l'honneur de Niels Abel, grand mathématicien norvégien)

Autres exemples : Q, R…

https://fr.wikipedia.org/wiki/Groupe_(math%C3%A9matiques)

Le groupe de symétrie dit D8

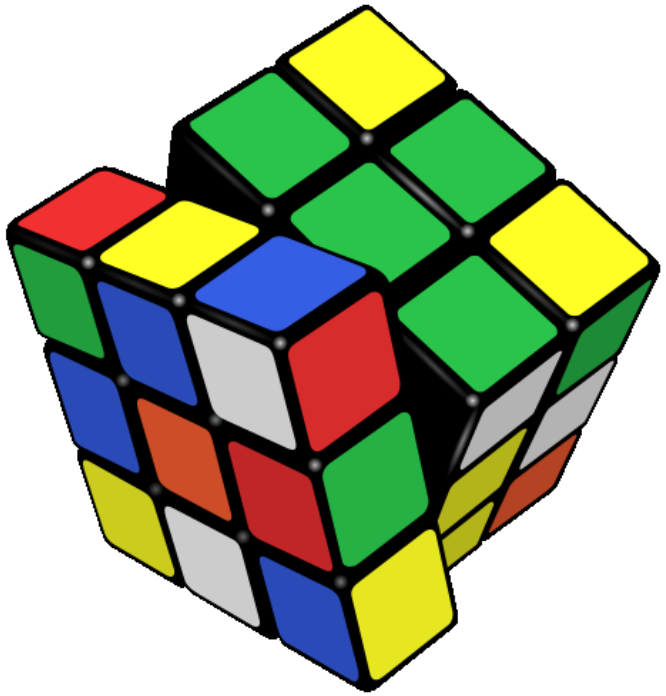


Les éléments du groupe de symétrie (D_8). Les sommets sont colorés et numérotés uniquement pour visualiser les transformations.

- l'application identité, laissant tout inchangé, est notée id ;
- les rotations de 90° , 180° et 270° vers la droite, notées respectivement r_1, r_2 et r_3. Le centre de toutes ces rotations est le point d'intersection des diagonales du carré ;
- les réflexions ayant pour axes les médiatrices des côtés du carré (f_h et f_v) ou ses diagonales (f_d et f_c).

https://fr.wikipedia.org/wiki/Groupe_(math%C3%A9matiques)

L’ensemble des permutations des facettes mobiles du *Rubik's Cube* forment un groupe.



Le nombre de positions différentes est supérieur à 43 trillions ($10^6.10^6.10^6$). Ainsi, en passant en revue un milliard de combinaisons différentes par seconde, il faudrait plus de 1 200 ans pour toutes les épuiser.

https://fr.wikipedia.org/wiki/Rubik%27s_Cube

On trouve sur l’internet de nombreuses méthodes pratiques pour passer d’une configuration à une autre en un temps raisonnable.

Intérêt des structures abstraites : algébriques, d'ordre, topologiques…

L'intérêt d'une structure abstraite, c'est que tout ce qui est démontré pour l'une d'entre elles est alors valable pour tous les cas particuliers de même nature (groupe ordinaire, groupe abélien….). On peut copier les propriétés d'un cas sur un autre cas ! Il suffit que les structures soient les mêmes.

Idem pour les autres structures : anneaux, corps…

Optimisme

Inexpérimentés, les bourbakistes évaluèrent un peu légèrement la tâche à accomplir. Ils pensaient « liquider » ce travail en quelques années ; ils allaient se rendre compte qu'il s'agissait d'un travail de titan !

Plus le temps passait, plus le nombre de chercheurs augmentait et plus la production mathématique prenait de l'ampleur.

Ainsi, plus ils avançaient, plus de nouvelles voies s'ouvraient, plus de nouveaux problèmes se posaient.

L'ouverture des mathématiques

- Ils ne se doutaient pas que les mathématiques allaient envahir tous les champs de la société : industrie, mécanique, médecine, communications, économie, sociologie…
- Aujourd'hui, les mathématiques sont partout, même si elles se cachent !
- La modélisation est partout, elle exige des collaborations multidisciplinaires.
- Les besoins nouveaux ont exigé de nouvelles ouvertures pour les mathématiques : probabilités, statistiques, jeux, optimisation, contrôle, mathématiques appliquées, informatique théorique, réseaux neuronaux, logique, intelligence artificielle…

Des potaches passionnés

- **Ces jeunes passionnés de mathématiques se faisaient plaisir, ils travaillaient dans la joie, la bonne humeur et… l'humour.**
- **Ils ont gardé la mentalité de potaches de l'École Normale Supérieure.**
- **Cependant, ils ont pris le risque de consacrer énormément de temps aux publications du groupe au détriment des publications individuelles et donc des carrières.**
- **Ce dernier problème deviendra envahissant après la guerre (1939-45).**

Bourbaki au restaurant

Pastiche du poème « Le cygne » de Mallarmé (1945), écrit par P. Samuel, lors du dîner du 12 décembre 1946, sur le verso du menu.

http://archives-bourbaki.ahp-numerique.fr/items/show/634#?c=0&m=0&s=0&cv=0

…

Ô puissant, ô formel, ô toi clair Bourbaki,
Vas-tu nous déchirer dans un accès de crise
Le Goursat filandreux, miroir de l'Analyse
Défenseur attardé d'un passé qui a fui ?
La suite d'autrefois se croyait l'infini,
Inutile, et que sans la comprendre utilise
Le maladroit conscrit, lui que Valiron grise
De son cours ténébreux qui distille l'ennui.

…

Début des publications

- **Dès le début, Bourbaki avait l'intention de produire plusieurs ouvrages, disons dans un certain ordre. Chaque ouvrage n'aurait comme références que des matières déjà traitées dans les ouvrages précédents, à l'exception de quelques notes dites historiques.**
- **Aucune référence extérieure n'était prévue puisque Bourbaki se voulait « autonome ». Il fallait reprendre les mathématiques en mains et tant qu'à faire en partant de zéro. Les volumes publiés seront auto-suffisants, *pas besoin de référence*, tout sera dans le texte puisqu'il s'agit d'une reconstruction !**

Liste des livres prévus :

1. **Théorie des ensembles**
2. **Algèbre**
3. **Topologie**
4. **Fonctions d'une variable réelle**
5. **Espaces vectoriels topologiques**
6. **Intégration**

La publication des *Éléments* commence en 1939, avec le fascicule de résultats de théorie des ensembles. Il contient la plupart des symboles couramment utilisés aujourd'hui : ∅, ⇐, ⇒ et ⇔ ….

http://fr.gowikipedia.org/wiki/N._Bourbaki

Travail en commun et style

- **La rigueur est le maître-mot dans le style de Bourbaki. Tout a été revu et corrigé par une équipe, pas de compromission, chaque mot à sa place, pas un mot de plus, pas un mot de moins, si bien que le texte devient austère, il n'y a pas de place pour la fantaisie, c'est presque parfait.**
- **La rédaction du moindre chapitre demande énormément de travail : un rédacteur lit à haute voix, devant le groupe complet, le contenu du chapitre. Et puis là, on devine qu'il y aura des discussions âpres, tendues, parfois irréconciliables, des menaces de démission. Et puis, ils désigneront un nouveau rapporteur, et ils recommenceront, peut-être une dizaine de fois ! A la fin de la rédaction d'un ouvrage, les protagonistes devaient être exténués ! Et pourtant, le groupe a continué son chemin et a publié de nombreux ouvrages.**
- **On peut tout de même se poser la question de savoir si une telle débauche d'énergie par un groupe aussi talentueux était bien raisonnable.**

Editeurs

- **Pendant au moins vingt ans, le groupe a bénéficié d'un excellent travail des Editions Hermann.**
- **Puis, Masson et Springer prendront la suite.**
- **Les « Eléments de mathématique », en particulier la « Théorie des ensembles », auront un impact international.**
- **Une cinquantaine d'ouvrages seront publiés. Après de brillants résultats, la décrue commencera.**
- **Bourbaki publiera encore en 1982, 1983 puis, pour finir, en 1988.**

Apports

- **Sur le fond, le groupe Bourbaki s'est attaqué avec rigueur à la clarification et à la classification des structures mathématiques. Il a apporté un style nouveau et une logique extrême dans les démonstrations.**
- **Sur la forme, comme Bourbaki avait décidé de réécrire les mathématiques en partant de zéro, il sera amené à innover et à proposer un nouveau vocabulaire, de nouvelles notations, de nouveaux signes… De plus, le groupe va récupérer et vulgariser les signes créés par d'autres mathématiciens.**
- **Aujourd'hui, toutes les mathématiques bénéficient de ce « langage » pour le plus grand bien de la collectivité.**

Les idées en mathématiques

- **Yuri Manin compare les deux voies ouvertes par Hilbert et Bourbaki.**
- **Pour lui, la voie hilbertienne qui consiste à poser des problèmes aux mathématiciens n'est pas la plus enrichissante ; la résolution des problèmes se fait souvent en utilisant des vieilles idées de façon nouvelle.**
- ***Il affirme que les avancées les plus importantes viennent de programmes de recherche et non de la résolution de vieux problèmes par des individus*, même très doués.**
- **Toujours selon Yuri Manin, le collectif N. Bourbaki a induit bien des idées qui ont émergé au cours du XXe siècle.**

- ***Yuri Manin : Mathematics as Metaphor, Hardback, 2008. Yuri Manin est mathématicien,* ancien Président du Comité de la Médaille Fields, *membre de plusieurs Académies, lauréat de nombreux prix.***

Apports : notations et terminologie

Ce que les mathématiques doivent à Bourbaki est en particulier :

- **un style, un vocabulaire, une autre façon d'écrire les mathématiques ;**
- **la vulgarisation en France des symboles ∀ et ∃ (l'un venant de Gentzen et l'autre de Péano) ;**
- **la vulgarisation du symbole ∅ introduit par André Weil et Claude Chevalley ;**
- **l'utilisation des symboles ⇐, ⇒ et ⇔ en logique ;**
- **les notions de structure et de problème universel ;**
- **la vulgarisation du symbole ⊗ pour désigner le produit tensoriel et l'introduction du terme « algèbre multilinéaire » ;**
- **les termes partition, surjectif, injectif, boule, noethérien, artinien, factoriel ;**
- **le terme « forme sesquilinéaire » ;**
- **une certaine attention à l'histoire des mathématiques développée dans quelques « notes » accompagnant la parution des *Éléments*.**
- **On est redevable à Bourbaki d'un travail de clarification des concepts, de précision dans la formulation, d'une recherche — parfois aride — de structure, de classification systématique et exhaustive des mathématiques.**
- **…**
- https://fr.wikipedia.org/wiki/Nicolas_Bourbaki

Importance des lettres , des signes… en mathématiques

- **Nous nous limitons au fameux x qui sert tellement en mathématiques**
- **Ce « X » a une longue histoire. L'idée de nommer l'inconnu vient de Diophante, un mathématicien grec du IIIe siècle qui l'a appelé *arithmos* (le nombre). La tradition de Diophante passa aux mathématiciens arabes du Moyen Âge, qui changèrent le mot utilisé.**
  - **Au IXe siècle, Al-Khawarizmi nommait l'inconnu *shay*, ce qui signifie « la chose ». Les Andalous, alors sous influence arabe, écrivaient ce mot en caractères latins *xay*. Au XVIIe siècle, René Descartes simplifia ce terme en ne gardant que son initiale *x*.**
- **Problème : *un homme a deux ans de moins que sa femme, qui est trois fois plus âgée que leur fils. Celui-ci a deux ans de plus que sa sœur. À eux tous, ils ont 100 ans.***
- ***Âges des membres de la famille ? x = âge de la femme : x + x-2 + x/3 + x/3- 2 = 100)***

➢ **On peut essayer de résoudre ce problème avec x ou sans x ! (âge femme = 39)**

- **Hervé Lehning**
- https://www.futura-sciences.com/sciences/questions-reponses/mathematiques-mathematiques-vient-x-8139/

Critiques (I)

En gros, après 1970, la décrue va s'annoncer. Les critiques deviendront un peu plus fortes. C'est que des pans entiers des mathématiques étaient négligés par Bourbaki.

- **Probabilités : voici ce qu'en dit Laurent Schwartz : « *Bourbaki s'est écarté des probabilités, les a rejetées, les a considérées comme non rigoureuses et, par son influence considérable, a dirigé la jeunesse hors du sentier des probabilités.* »**

- **Théorie des catégories : une violente critique de Bourbaki par MacLane.**

Bourbaki ne s'est jamais engagé dans la **théorie des catégories** alors même que des membres éminents du Groupe Bourbaki (Eilenberg et Grothendieck entre autres) en étaient des experts. Ce parti pris s'est avéré coûteux, notamment au chapitre x du livre d'*Algèbre*, consacré à l'algèbre homologique, paru en 1980, que Bourbaki a dû se contraindre à présenter dans le cadre des modules plutôt que dans celui des catégories abéliennes. On peut lire dans une note de bas de page du livre d'Algèbre Commutative : « Voir la partie de ce Traité consacrée aux catégories, et, plus particulièrement, aux catégories abéliennes (en préparation) », mais les propos de MacLane qui précèdent laissent penser que ce livre « en préparation » ne sera jamais publié.

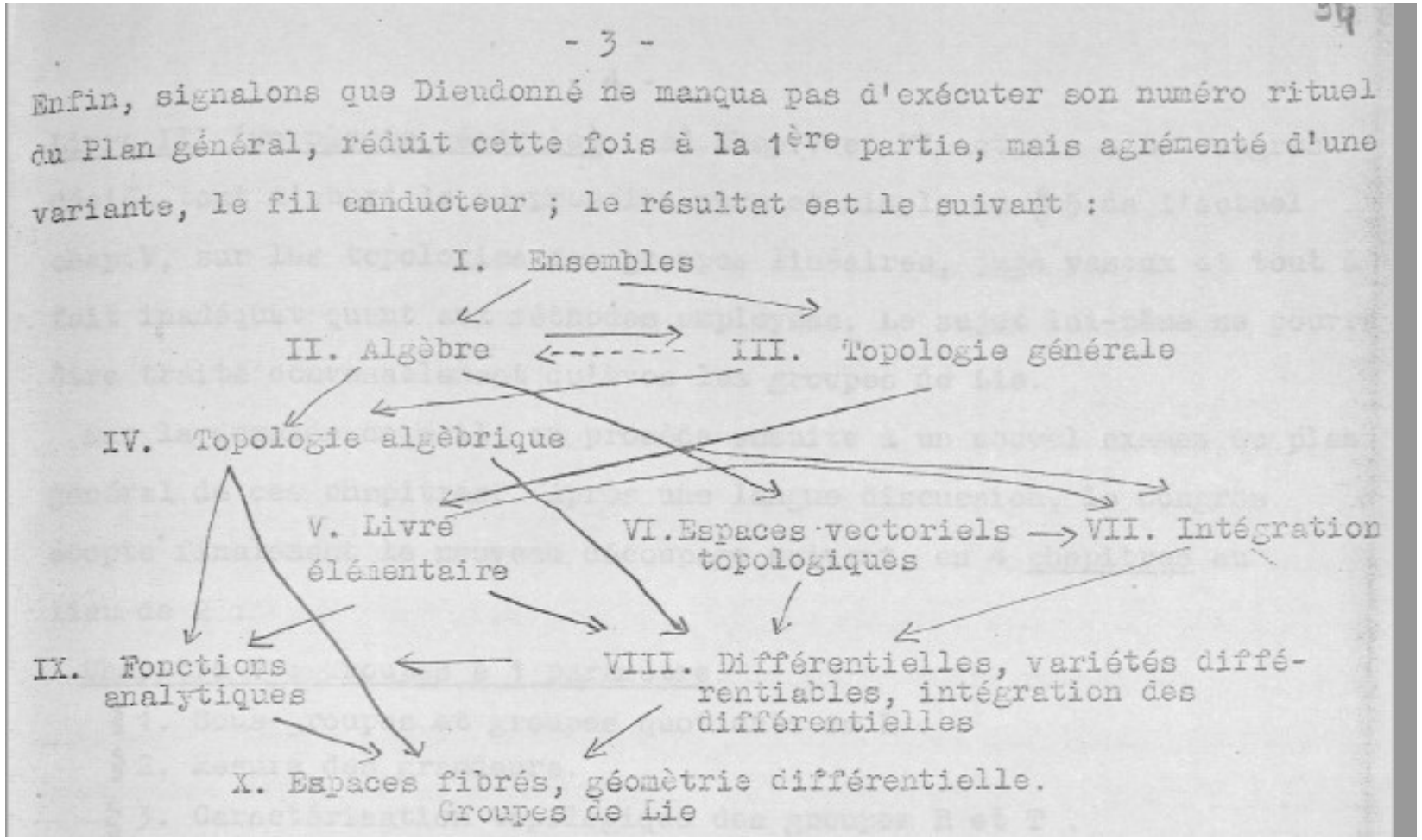
http://fr.gowikipedia.org/wiki/N._Bourbaki

- **Et bien d'autres voies, dont certaines n'existaient pas en 1935 ou étaient à peine exploitées.**

Critiques (II)

- **Bourbaki ne partait pas des cas particuliers pour arriver au cas général. Il faisait le contraire. On étudie le cas général, on déduit les cas particuliers. Pour certains , cela représente un avantage. Pour d'autres, c'est au contraire un inconvénient. Exemple :** ***les nombres réels qui sont si importants ne peuvent pas être introduits avant d'avoir étudier une partie de l'algèbre et de la topologie.***
- **Henri Cartan a bien compris les dangers de cette approche :** ***un jeune débutant qui connait très peu de problèmes concrets peut s'imaginer que cette approche est un but en soi. Ce qui n'est pas l'intention de Bourbaki. Pour Bourbaki, un concept général n'est pas intéressant s'il ne s'applique pas à plusieurs cas particuliers.***
- **Bourbaki s'adressait plus à ceux qui vont créer des mathématiques qu'à ceux qui vont utiliser des mathématiques.**

Un long chemin…



- 3 -

Enfin, signalons que Dieudonné ne manqua pas d'exécuter son numéro rituel du Plan général, réduit cette fois à la 1ère partie, mais agrémenté d'une variante, le fil conducteur ; le résultat est le suivant :

archives-bourbaki La TRIBU N°11 nbt_012.pdf

Critiques (III) : Mathématiques modernes au lycée

- ***Lichnerowicz (1915-1998)*** **: il préside de 1966 à 1973 la commission ministérielle sur l'enseignement des mathématiques, connue sous le nom de « Commission Lichnerowicz ». Cette commission a une influence capitale dans l'enseignement des mathématiques en introduisant ce qui est appelé les « mathématiques modernes » :** ***on cesse d'enseigner dès le cours préparatoire les quatre opérations à la fois (ce qui reste de mise aujourd'hui) et, pendant quelques années, l'enseignement des mathématiques est gouverné par l'axiomatique et les ensembles*** **(avant un retour en force de la géométrie euclidienne et des systèmes hypothético-déductifs classiques).** https://fr.wikipedia.org/wiki/Andr%C3%A9_Lichnerowicz
- ***A l'opposé de la méthode de Singapour : l'approche « concrète-imagée-abstraite ». Plus loin que Freinet. Gros succès mondial aujourd'hui.***
- **La réputation de Bourbaki a certainement joué un rôle dans l'introduction des mathématiques dites… modernes dans notre enseignement secondaire.** ***Même si Bourbaki n'y était pour rien.*** **Cette réforme devenue excessive s'avèrera néfaste.**

Décès de Nicolas Bourbaki

Toujours dans l'humour et le folklore, la mort de Bourbaki sera annoncée par un faire-part gorgé de termes de mathématiques et de noms de mathématiciens :

« Les familles Cantor, Hilbert, Noether ; les familles Cartan, Chevalley, Dieudonné, Weil ; les familles Bruhat, Dixmier, Samuel, Schwartz ; les familles Cartier, Grothendieck, Malgrange, Serre ; les familles Demazure, Douady, Giraud, Verdier ; les familles filtrantes à droite et les épimorphismes strictes, mesdemoiselles Adèle et Idèle ;

ont la douleur de vous faire part du décès de M. Nicolas Bourbaki, leur père, frère, fils, petit-fils arrière-petit-fils et petit-cousin respectivement pieusement décédé le 11 novembre 1968, jour anniversaire de la victoire, en son domicile de Nancago. La crémation aura lieu le samedi 23 novembre 1968 à 15 heures au cimetière des fonctions aléatoires, métro Markov et Gödel.

On se réunira devant le bar « aux produits directs », carrefour des résolutions projectives, anciennement place Koszul.

Selon les vœux du défunt, une messe sera célébrée en l'église Notre-Dame des problèmes universels, par son éminence le Cardinal Aleph 1 en présence des représentants de toutes les classes d'équivalence et des corps algébriquement clos constitués. Une minute de silence sera observée par les élèves des Écoles normales supérieures et des classes de Chern.

Car Dieu est le compactifié d'Alexandrov de l'univers, Grothendieck IV, 22. »

Bourbaki : une belle histoire se termine

A la demande très forte de nombreuses autres disciplines, mais aussi grâce au développement de l'informatique et des réseaux, les mathématiques se sont plus ouvertes que jamais et de nouvelles orientations ont vu le jour, en particulier les modélisations les plus variées. On peut penser que, le nombre de chercheurs ayant crû énormément, un petit groupe, fût-il génial, ne pouvait plus réécrire l'histoire… encore que, un homme tout seul, Euclide, a écrit une belle page d'histoire… mais, c'était dans la préhistoire !

Mais, le séminaire Bourbaki fonctionne toujours !

« Webographie » sommaire

- https://fr.wikipedia.org/wiki/Nicolas_Bourbaki
- http://images.math.cnrs.fr/N-Bourbaki-Ruptures-et-continuite.html
- http://irma.math.unistra.fr/~maudin/BourbakiAuvergne.pdf
- http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Biographies/Bourbaki.html
- http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/HistTopics/Bourbaki_1.html ***
- http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/HistTopics/Bourbaki_2.html ***
- http://fr.gowikipedia.org/wiki/N._Bourbaki
- http://www.algtop.net/wp-content/uploads/2012/02/docs_conf_ren-uir-2013_slides_CasablancaTalk2013.beamer.pdf ***
- http://images.math.cnrs.fr/Nicolas-Bourbaki-a-quatre-vingts-ans.html
- https://www.futura-sciences.com/sciences/questions-reponses/mathematiques-mathematiques-vient-x-8139/
- http://www2.mat.ulaval.ca/fileadmin/Pages_personnelles_des_profs/hm/H14_Bourbaki.pdf
- https://www.liberation.fr/ecrans/2012/08/02/bourbaki-l-equation-collective_949840
- https://fr.wikipedia.org/wiki/Gaston_Julia
- https://www.cairn.info/revue-d-histoire-des-sciences-2009-1-page-9.htm **Liliane Beaulieu ***
- http://math.univ-angers.fr/perso/darniere/bourbaki.html **(beaucoup de canulars et d'explications !)**

- http://www.cahiers-pedagogiques.com/La-methode-de-Singapour-en-primaire **: extraits dans les 2 diapositives suivantes. Monica Neagoy, en français.**
- https://www.lalibrairiedesecoles.com/produit/maths-fichier-de-leleve-a-cp-nouvelle-edition/

Méthode de Singapour : quelques principes

1) Il faut traiter moins de sujets, mais il faut les traiter plus en profondeur.
2) L'enseignement des mathématiques doit se faire selon une progression « concrète -> imagée -> abstraite », c'est-à-dire en privilégiant d'abord la manipulation (qui est ultimement au service de l'abstraction) et en offrant des représentations multiples de tout concept abordé pour aider les élèves à donner du sens aux expressions et équations mathématiques qui suivront.
3) L'élève doit être guidé de manière explicite dans son apprentissage et encouragé dès la maternelle à raisonner à voix haute et à échanger ses idées avec les autres.
4) La résolution de problèmes doit être au cœur de l'enseignement des mathématiques. Pour réussir, l'élève apprend une méthode de résolution de problèmes efficace qui lui sert jusqu'au collège (une modélisation par la « méthode en barres »).

Rien de révolutionnaire à tout ça, donc, mais la grande qualité de la méthode réside précisément dans le bon équilibre entre tous les ingrédients (verbalisation, manipulation, modélisation, problèmes ouverts, travail collaboratif, etc.) et dans la progression bien pensée des objectifs didactiques, au cours d'une année et d'année en année.

Le projet Singapour : historique

- **Indépendance en 1965, aide internationale, pays mal classé dans les évaluations internationales. Début des années 80 : faire des mathématiques et des sciences une priorité nationale pour que le pays devienne un leader dans le monde scientifique et technologique du 21e siècle. Une équipe de spécialistes qui écrit tout les manuels du primaire en 5 à 7 ans.**
- **Ainsi fut lancé *The Singapore Mathematics Project*. Les porte-paroles de la méthode disent qu'ils n'ont rien inventé. En revanche, ils ont bien étudié et appliqué les études de recherches de maints pays sur l'apprentissage des maths par les enfants, et l'ont sans doute mieux fait que nous, un pays qui produit des recherches de très haute qualité.**
- **Pendant 15 ans, la méthode a été testée, corrigée, améliorée, grâce aux retours de terrain. En même temps, tous les professeurs du pays ont été formés à cette méthode.**
- **Singapour accède en 1995 à la première place en mathématiques dans l'étude TIMSS. Depuis, le pays maintient son rang d'excellence en mathématiques. TIMSS, PISA…**
- **En 2016, Singapour arrive en première place dans toutes les matières, maths, sciences, et compréhension de la langue : si l'on apprend à bien raisonner, on sait raisonner quelle que soit la matière !**

La méthode de Singapour tire TOUS les élèves vers le haut les « faibles » comme l'élite !

- **« La méthode de Singapour est utilisée aujourd'hui dans soixante pays, et il y a eu de nombreuses études menées pour évaluer son efficacité. Par exemple, une étude a été conduite dans cinq écoles du New Jersey en 2009, qui a montré des résultats intéressants : 124 élèves de CM1 ont utilisé la méthode de Singapour, contre 533 qui ont continué avec leur méthode habituelle. Les deux groupes sélectionnés avaient le même pourcentage d'élèves à résultats bons, moyens et faibles. Un an plus tard, dans les classes qui utilisaient la méthode, le nombre d'élèves de la tranche supérieure avait grimpé de 32% à 54%. Dans le même temps, le nombre d'élèves aux résultats moyens était passé de 48% à 39% et le nombre d'élèves en difficulté de 18% à 6% ! En un mot : la méthode avait profité à tout le monde ! »**
- Extrait de **l'entretien avec Monica Neagoy**
- http://www.cahiers-pedagogiques.com/La-methode-de-Singapour-en-primaire

- **Méthode de Singapour utilisée dans 2.000 écoles en France.**
- ***Académie de Nice : École Jacques Prévert, l'Ariane.***

FIN

Merci beaucoup