VOYAGE AU PAYS DES NOMBRES

Jean CEA

Avertissement

Il existe un livre monumental sur ce sujet

Georges IFRAH
Histoire universelle des chiffres
Seghers, 1981

Certaines diapositives de cet exposé lui doivent beaucoup.

LES NOMBRES ENTIERS

Tout est nombre, plus que jamais !

- **Pythagore** (570-480 avant J.C.) : « Tout est nombre »
- **Aujourd'hui : textes, messages cryptés, musiques, images,** tout est transformé en suites ou tableaux de nombres, tout est « mémorisé » dans des fichiers bien structurés.
- *Mais attention, le stockage des nombres peut poser des problèmes à cause des dimensions finies des mémoires.*

La **perception numérique** : quand l'infini commençait à 5

- Quand on ne compte pas, on est limité au **discernement** de l'importance relative de 2 collections d'objets, d'événements…
- Les oiseaux savent **discerner** des quantités jusqu'à 4. Au-delà, ils se trompent. Chardonnerets, corneilles, pies, rossignols, corbeaux…
- Il y a moins d'un siècle, des « primitifs » ne « comptaient » pas au-delà de 4. Le schéma : « 1 2 2-1 2-2 beaucoup ».
- *Tribus occidentales du détroit de Torres* : urapun (1), okosa (2), okosa-urapun (3), okosa-okosa (4), ras (une foule)
- Nombreux exemples : *Pygmées, Bushmen, Arandas (Australie)* …

Les Romains

- La capacité d’individualisation numérique s’arrête à 4, au-delà, ils comptent.
  - Les 4 premiers noms de nombres
  - Les 4 premiers mois de l’année
  - Les 4 premiers prénoms des enfants
- Ensuite : quintus, sextus, septimus, octavius…

Appariements simples

- Association un à un des éléments de deux ensembles différents :

  1 mouton ↔ 1 caillou ↔ une encoche ↔ 1 nœud ↔ 1 jeton…

Ainsi un tas de cailloux peut contenir *le même nombre d'éléments* qu'un troupeau de moutons.

- Avec ces appariements, on peut repérer une quantité, ***on peut comparer sans savoir compter*** !

Expression gestuelle

- L'utilisation de son corps pour apparier et « compter » : *doigts, orteils, phalanges, articulations, yeux, nez, bouche, oreilles, seins, thorax, hanches…*
- Exemples :
  - Chine, Inde, Europe : en général **10** doigts.
  - Mayas, Aztèques, Celtes : **20** doigts et orteils.
  - Sumériens, Babyloniens : **60** = 5 fois 12 phalanges. (Exprimer une quantité qui vaut 51).
  - Et bien d'autres…

Expression gestuelle : 33

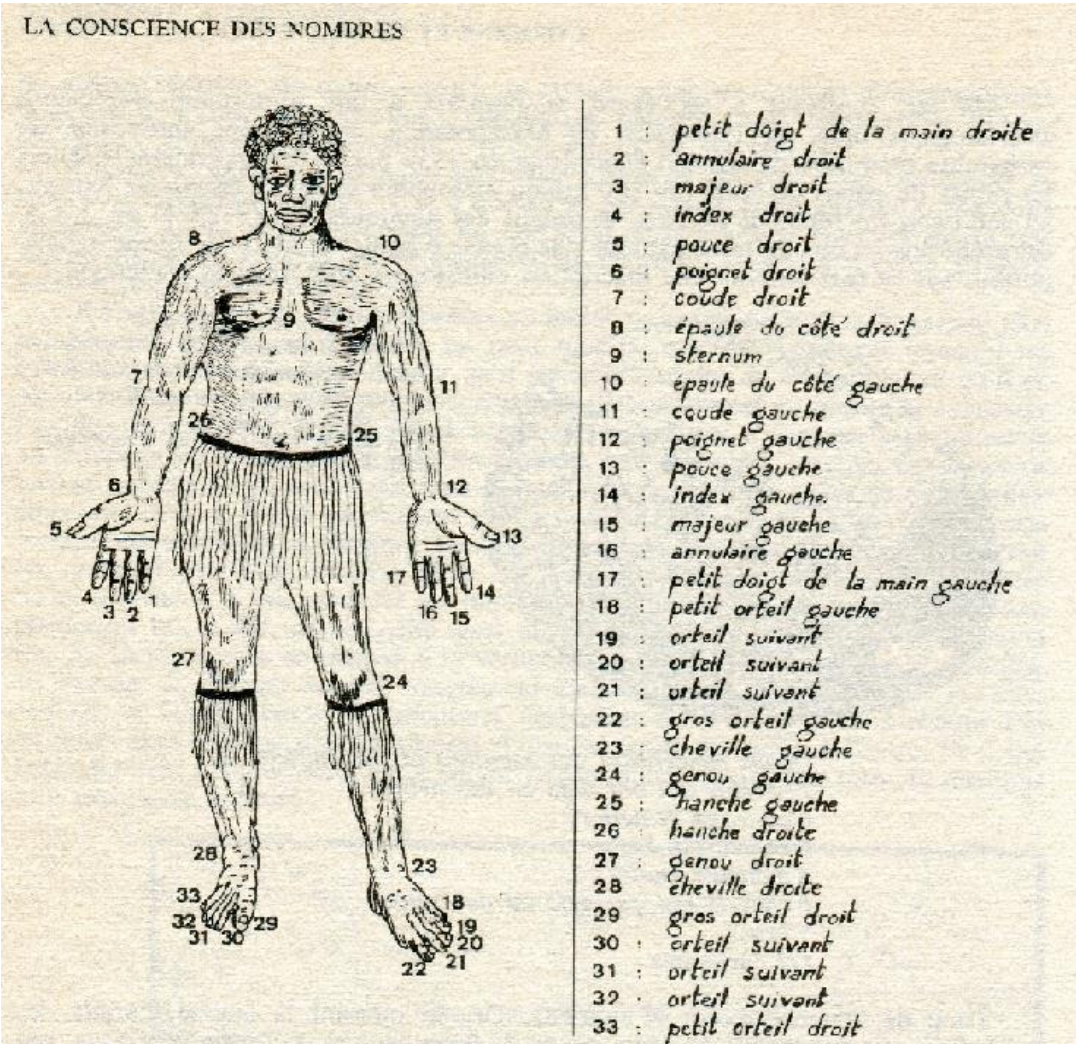


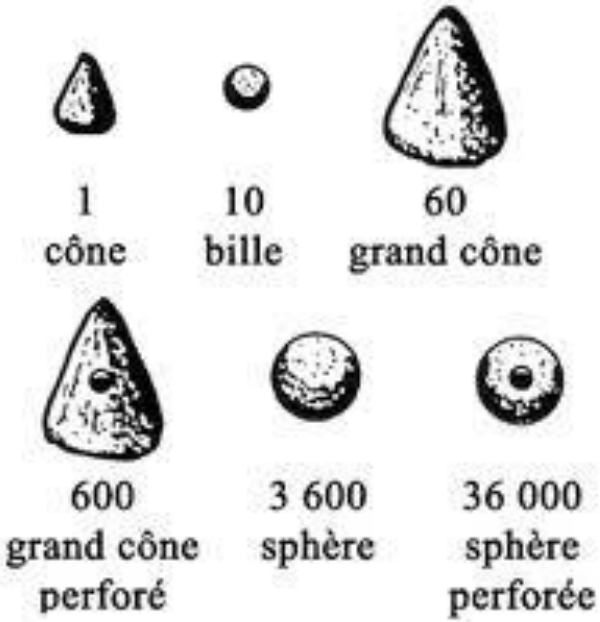
Fig. 3A. – Procédé numérique corporel usité par certains insulaires du détroit de Torrès.

Appariements : intermédiaires matériels

Bâton d'Ishango
(-20.000), au-dessus.

Radius Loup Vestonice
(-30.000 ans), à gauche.

Technique silencieuse de *l'appariement.*
Un mouton : un doigt ou un caillou ou une encoche ou un nœud…



Bulle et calculi - Sumer (-7.000, -4.000 ans)
Argile. Importante évolution : regroupements

Quipus

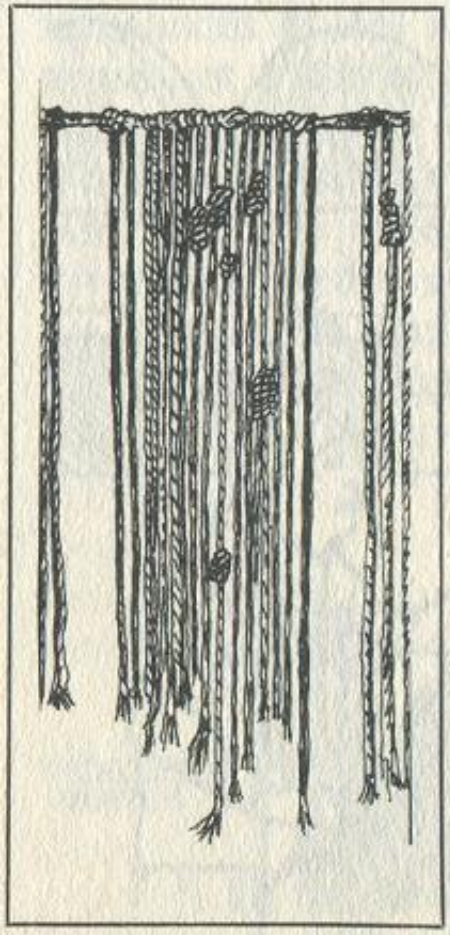


Fig. 46. – Un quipu *péruvien.*

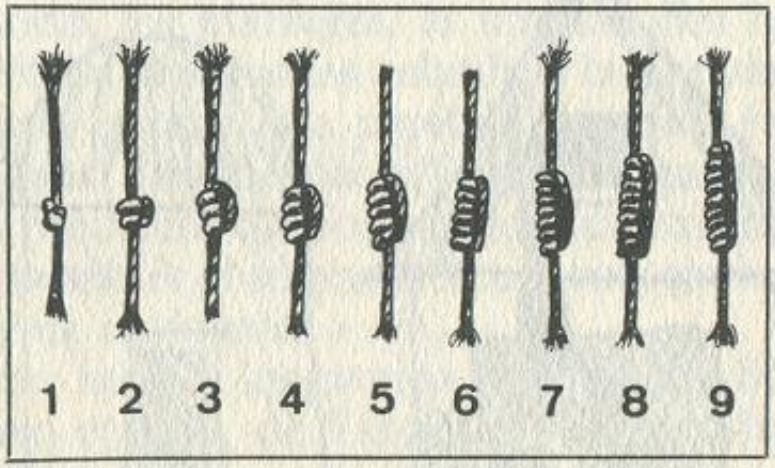


Fig. 47. – Représentation des neuf unités sur une cordelette, par la méthode du quipu *inca.*

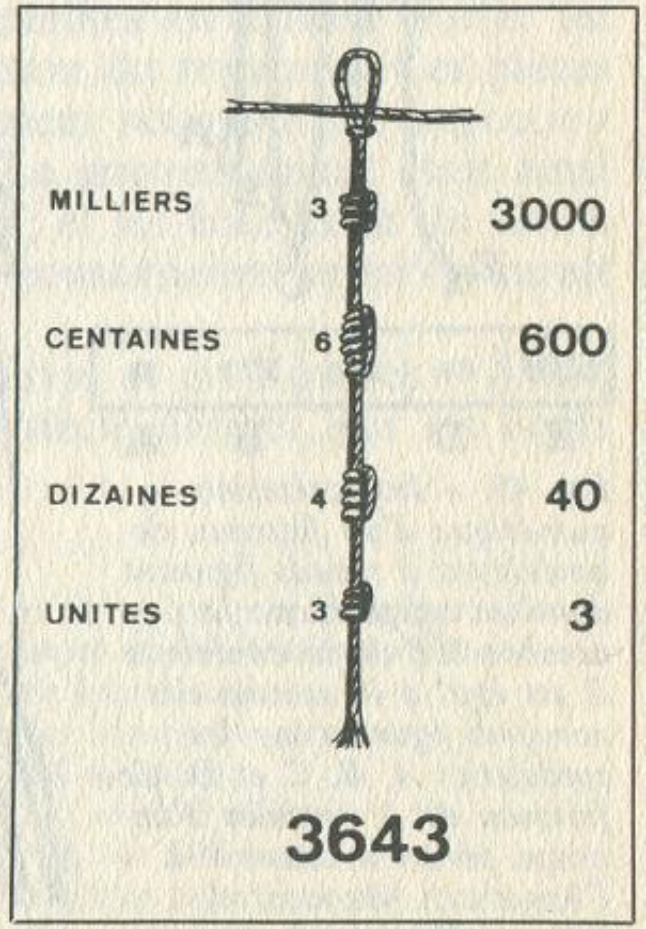


Fig. 48. – Représentation sur une ficelle du nombre 3643 par la méthode du quipu *péruvien.*

Quipus (traces esquisses : -3.000, développement : 1400-1500)

Grandes quantités et BASES

- Repérage des quantités importantes : nécessité de créer des **regroupements**, d'autres types de cailloux, jetons, nœuds, encoches… comme à SUMER.
- **Il s'agira d'unités d'ordre supérieur.**
- Combien d'**unités d'un certain ordre** allons-nous regrouper pour former ***une unité d'ordre supérieur*** *? Réponse : une* ***quantité FIXE*** *dénommée la* ***BASE*** *!*

Exemples de bases

- Chine, Inde, Europe (en général) : **10**

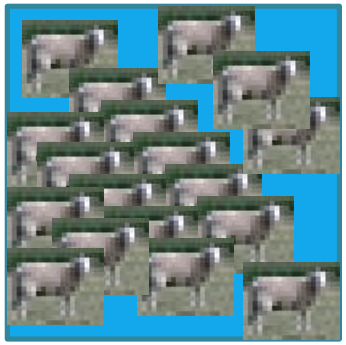
  1, 10, 100, 1000…
- Mayas, Aztèques, Celtes : **20**

  1, 20, 400, 8000…
- Sumériens, Elamites, Babyloniens : **60**

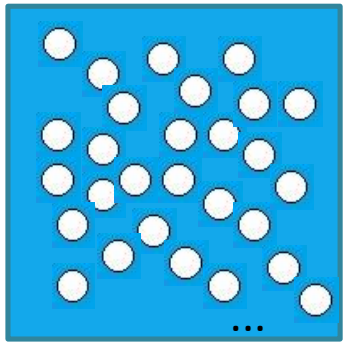
  1, 60, 3600, 21600…
- Informatique : **2**

  1, 2, 4, 8, 16…

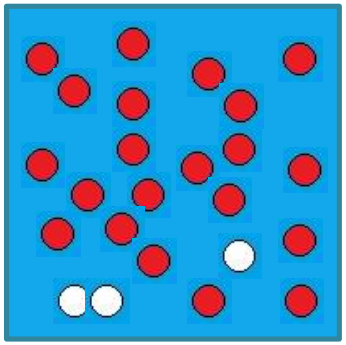
Regroupements – Numération par addition



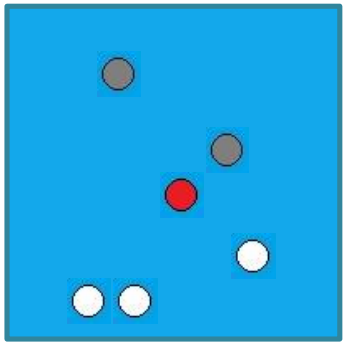
Moutons…



Jetons :
Unités d'ordre 1 (blancs)



Jetons :
Unités d'ordre 1 et 2 (rouges)



Jetons :
Unités d'ordre 1, 2 et 3 (gris)

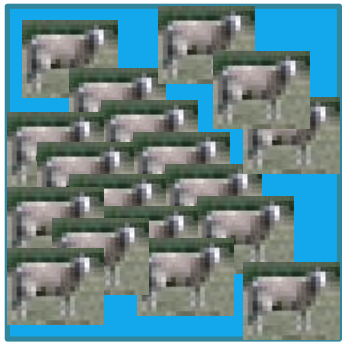
Nous arrivons à un tas de « SIX » jetons de types différents. Combien de jetons blancs y avait-il au début ?
Tout dépend de la BASE

Base 10 : $3*1 + 1*10^1 + 2*10^2$ (= 213)

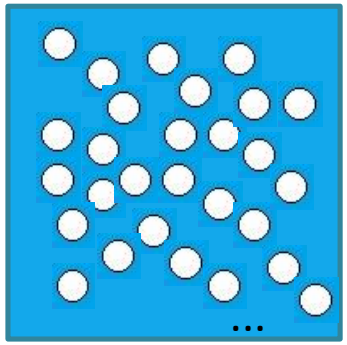
Base 20 : $3*1 + 1*20^1 + 2*20^2$ (= 823)

Base 60 : $3*1 + 1*60^1 + 2*60^2$ (= 7263)

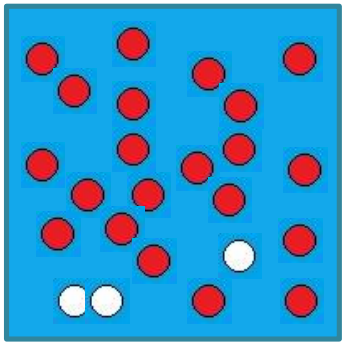
Regroupements – Numération de position



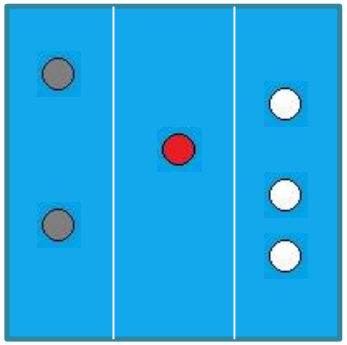
Moutons…



Jetons :
Unités d'ordre 1 (blancs)



Jetons :
Unités d'ordre 1 et 2 (rouges)



Jetons :
Unités d'ordre 1, 2 et 3 (gris)

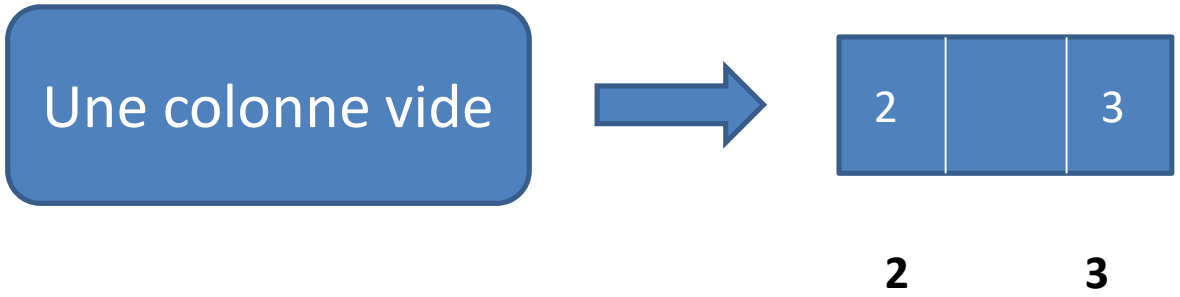
Alors que dans la numération par addition les jetons sont en tas, dans la numération par position les jetons sont dans des zones ordonnées (virtuelles) qui vont de droite à gauche pour recevoir les jetons d'ordre croissants. Les couleurs n'ont plus de sens, seule la position est importante.

Mise en œuvre dans le passé : Abaques, Bouliers, Tables à calculs…

Numération de position et ECRITURE (I)

« ***Les signes de base sont détachés de toute intuition visuelle*** ».
Nombre maximum de jetons par colonne ? Base - 1
Nombre maximum de signes à inventer ? Base - 1
Numération par position et signes dynamiques : *on peut trouver le même signe dans des colonnes différentes*. Exemples : 2 1 2, 2 2 1, 7 2 2, 2 2 2… La contribution d'un signe dépend de sa place.
La signification de 213 dépend de la valeur de la base.

Numération de position et ECRITURE (II)



- **Que faire dans le cas d'une colonne vide**, d'une **absence** d'une unité intermédiaire ?
- *Une invention élémentaire* : mettre un espace entre 2 et 3. Danger (dans le corps du nombre, à la fin…).
- *Inventer un signe indiquant qu'à cette place il y a une absence* : le signe d'absence que je désigne par « **zéro-absence** ». Au total, on aura besoin de **n signes** (n = la base).

Civilisations

4 civilisations ont découvert la numérisation de position :

Babylone : (-1.800), **Chine** : (-200), **Mayas** : (300-900), **Inde.**

3 civilisations ont découvert le « *zéro-absence* » :

Babylone : (-1.800), **Mayas** : (300-900), **Inde.**

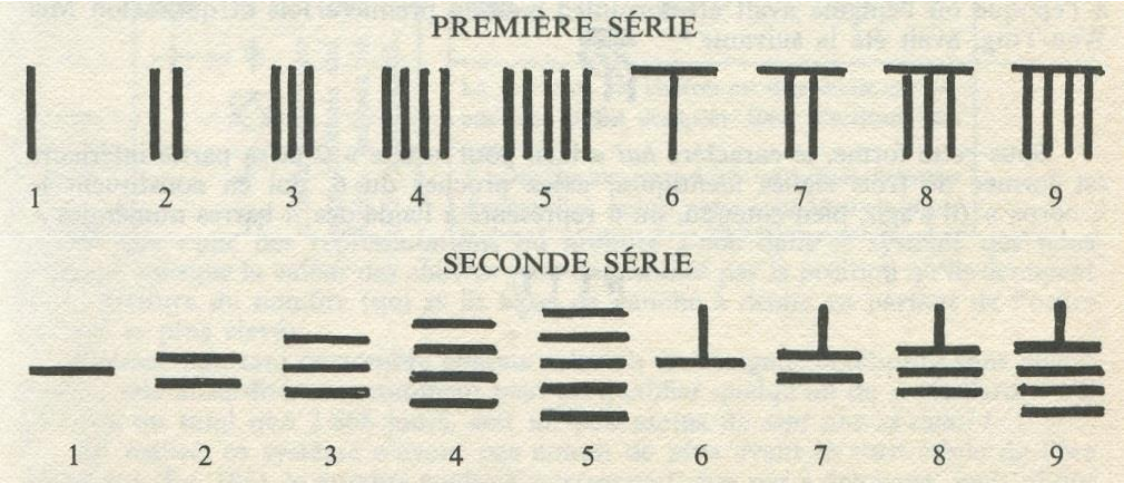
1 civilisation a introduit le « *zéro-nombre* » comme les autres nombres : Inde.

Babylone

- **1800 avant J.C.**
- **Base : 60**
- **Numération de position** (avec 2 signes et *non 59, puis le zéro*)
- Les **2 signes** (clou, chevron).
- L'unité : la dizaine : exemple :
- Valeur : 2*3600 + 10*60 + 4*1 = 7804
- Système **additif** dans les divers regroupements : 1, 60, 3600…
- **L'espace** entre 2 signes peut introduire des **confusions**. Lectures possibles : 2 suivi de 10 suivi de 4, 12 suivi de 4, 2 suivi de 14, 16, les nombres sont différents ! *Un millénaire et demi pour résoudre le problème.*
- **Le zéro-absence** : **2 chevrons inclinés, 3 siècles avant J.C**.

Chine

- **IIe avant J.C.**
- **Base : 10.**
- **Numération de position** (avec 9 chiffres, en double !)
- Les chiffres : assemblage de barres verticales et horizontales.
- Alternances de la famille des chiffres avec les alternances des unités.
- *Le **zéro** n'arrivera qu'au VIIIe siècle.*



Mayas

- Période classique, de **292 à 925.** Grandes réalisations intellectuelles et artistiques. Architectes, graveurs… Mathématiciens-astronomes exceptionnels : calendrier, année solaire, mois lunaire, année Vénus… comme de nos jours !
- **Base : 20**
- **Numération de position** (avec 2 signes, puis le zéro)
- Les **2 signes** (**1** = gros point, **5** = une barre).
- Système **additif** dans les divers regroupements : 1, 20, 400…
- Comme chez les Babyloniens, l'espace entre 2 signes peut induire des **confusions**.
- **Le zéro-absence : un coquillage**

Inde

- **La base 10, la numération de position, les chiffres 1, 2, 3…9, le « 0 » un nombre comme les autres.**
- On trouve les ancêtres des chiffres dans l'écriture Brahmi, milieu du IIIe avant J.C.
- Le « 0 » devient **chiffre** et **nombre**, il représente une quantité selon **Brahmagupta**, un mathématicien-astronome indien en **628 après J.C.** Publié dans le **Brâhma Siddhänta**. (Sanskrit : **Sunya = vide**, Arabe : as-sifr, puis zefiro, zéro, cero…). Cet article décrit les 6 opérations élémentaires : addition, soustraction, multiplication, division, élévation à la puissance, extraction des racines carrées.
- ***Brâhma Siddhänta = Le zéro pour les nuls ?***

Le zéro, chiffre et nombre

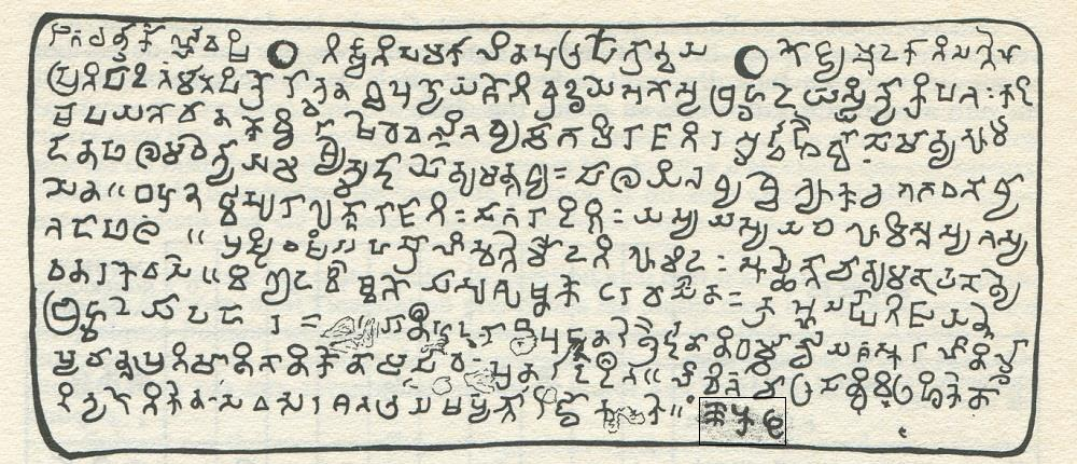
- On a retrouvé des écrits du mathématicien indien **Aryabhata** qui prouvent qu'il utilisait les chiffres et un zéro (510). **Brahmagupta**, n'a certainement pas tout inventé, mais il a donné une présentation définitive.
- On est passé de longues expressions littérales à des notations concises (« ceci moins cela ne vaut rien » devient « ceci - cela = 0 »).
- **Ce « 0 » contient en germe l'algèbre, l'analyse, les probabilités… Il permet l'écriture des lois de la physique…**
- **Il va rendre le calcul accessible à tous !**

- **UNE REVOLUTION DANS L'HISTOIRE DE L'HUMANITE. (628 après J.C.)**

Odyssée du zéro et des chiffres…

- **628 : Brahmagupta.**
- 632 : mort du prophète Mahomet.
- 711 : les Arabes franchissent le détroit de Gibraltar et l'Indus.
- **770-780** : le Calife **Al Mansour** exige la traduction du Brâhma Siddhânta. Bagdad, « *Maison de la sagesse* » ou « Bayt al-hikma ».
- Charlemagne : empereur le 25 décembre 800.
- **Al-Khwarizmi** (**780-850**) invente l'algèbre. Les arabes maîtrisent la nouvelle façon de compter.
- Gerbert d'Aurillac (945-1003), Silvestre II. Tentative.
- Léonard de Pise (1170-1250) dit **Fibonacci** : Liber Abaci (**1202**) → Scientifiques.
- **Simon Stevin** (1548-1620). « De Thiende » en **1585** → Scientifiques et commerçants ! La *virgule* est en vue.

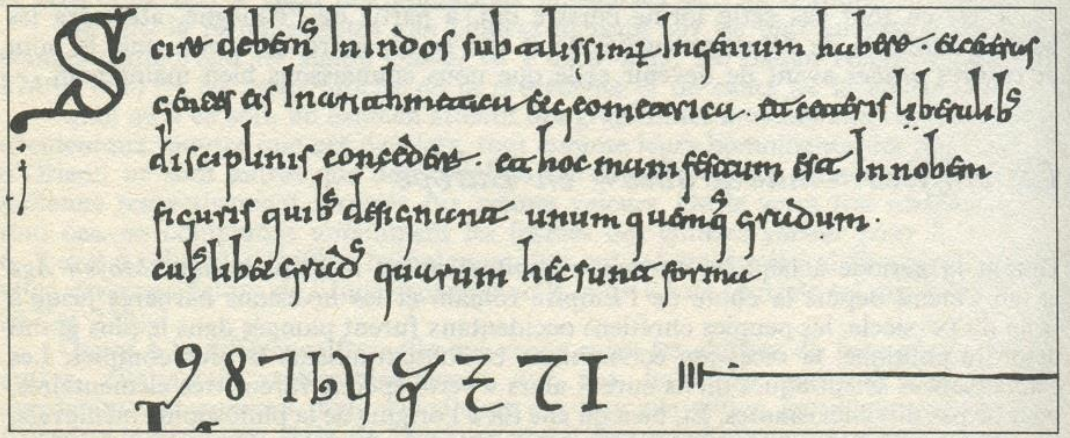
Les documents les plus anciens



Pl. 131. – Charte de donation sur cuivre de Dadda III, datée de l'an 346 de l'ère Cedi *(= 595 de l'ère chrétienne) et provenant de Sankhéda (dans la région de Bharukaccha, actuelle Broach, dans le Nord-Ouest de l'Inde).* Cf. *Epigraphia Indica* [428], II (p. 19).

A gauche, dans le petit cadre : l'an **346** de l'ère Cedi (249 + 346 = **595** après J.C.). Le plus ancien document présentant des chiffres et la numération de position des Indiens

A droite, le plus ancien document européen faisant apparaître les chiffres « arabes » d'Espagne **976**



Pl. 133. – Manuscrit espagnol daté de 976 comportant les neuf chiffres « indo-arabes » : c'est la plus ancienne mention connue de l'usage de ces chiffres en Europe. Bibl. San Lorenzo del Escorial. Codex Vigilanus. Ms. lat. d.I.2, fol. 9v. Cf. R. Burnam [286], II pl. XXIII.

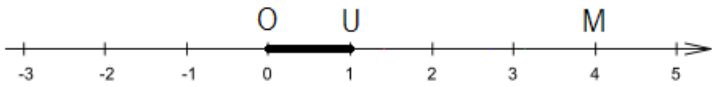
Crédits : Georges Ifrah

LES NOMBRES REELS

Correspondance nombres et mesures

- L'idée d'associer des **nombres** et des **longueurs** vient **d'Euclide** (IIIème siècle avant J.C.)
- Plus généralement : surfaces, volumes, poids, températures, prix…
- **Les nombres entiers ne suffisent pas pour exprimer certaines quantités.**
- Il a fallu en inventer d'autres !

Les nombres entiers et la droite



On donne une droite avec une origine O, un segment unité OU et une direction.

L'idée : **un nombre** $\leftrightarrow$ **une longueur**.

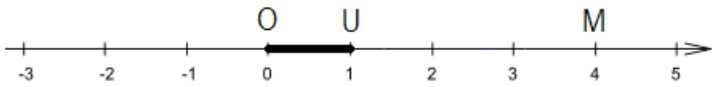
Point M de la droite $\leftrightarrow$ *Longueur de OM* $\leftrightarrow$ *Nombre (*abscisse du point)

Premiers points : 0, 1, 2, 3, 4… n…

Points suivants (abscisses) : - 1, -2, -3, -4… -n…

Visiblement, ces points ne suffisent pas à recouvrir la droite.

Les nombres rationnels et la droite



Si p et q sont des nombres entiers avec q ≠ 0, on sait construire (avec la règle et le compas) un segment de longueur p/q qui est associé à un nouveau point de la droite.

En particulier, quand q vaut 1, 10, 100, 1000…

Si q vaut 1, nous retrouvons nos nombres entiers.

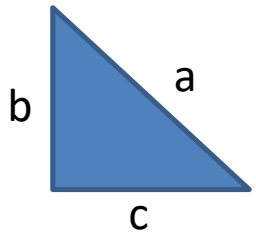
Les nombres p/q, avec p et q entiers et q ≠ 0, sont dits rationnels (ratios, fractions).

Notons que, chaque segment non nul, aussi petit soit-il, contient une infinité de nombres rationnels (maillages de plus en plus fins).

Complétude de la droite avec les nombres rationnels ?

- ***Question : a-t-on recouvert la droite avec les points associés aux nombres rationnels ?***
- La réponse est **NON**.
- La droite contient tous les points associés aux nombres rationnels, mais il y en a d'autres, associés aux nombres dits **IRRATIONNELS.**
- *Exemples de nombres irrationnels : $\sqrt{2}$, π, e*
- L'ensemble des rationnels et des irrationnels constituent les **NOMBRES REELS**

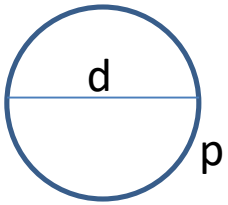
Racine carrée de 2 : √2



- Le **théorème de Pythagore** :
- $a*a = b*b + c*c$ ou $a^2 = b^2 + c^2$
- Si $b = c = 1$ alors $a^2 = 1^2 + 1^2 = 2$, soit : $\mathbf{a^2 = 2}$
- **La longueur de l'hypoténuse « a » est dite racine carrée de 2 : $a = \sqrt{2}$**

Pythagore (570-480 avant J.C.) : pour l'école pythagoricienne, les seuls nombres connus sont *les entiers et les rationnels*.
Pythagore arrive à démontrer que √2 n'est pas rationnel, n'est pas du type p/q , nombre entier divisé par nombre entier!
Il y a donc des nombres autres que les rationnels. *Il faut garder secrète cette découverte.* C'est dramatique pour un système philosophique basé sur les nombres rationnels.
Un disciple sera noyé, selon une légende, parce qu'il avait livré le secret !

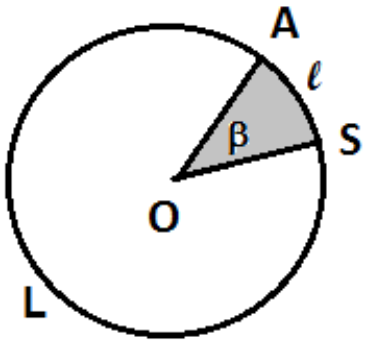
Π



Constatation très ancienne : quel que soit le rayon d'un cercle, le rapport du périmètre du cercle par le diamètre est constant, autrement dit : p/d = nombre fixe.

- **1706** : William Jones désigne ce nombre par π, première lettre de périmètre en grec.
- **1761 : J.H. Lambert démontre que π est irrationnel.**
- *Depuis « l'éternité » des mathématiciens on cherché une approximation de π*
- Babylone (-2.000) : 3+1/8 = **3,125**
- Egyptien : (publication dans le Papyrus de Rhind, -1.650) : 256/81 = 3,16… $(16/9)^2$, soit **3,16049...**
- Inde : (-900) : 339/108, *soit* **3,138**
- Grèce, *Archimède* (-250) : la méthode de calcul (algorithme) est une première, encadrement par des polygones réguliers avec le plus grand nombre de cotés. Avec 96 cotés, il obtient : 3+10/71 < p < 3+1/7, soit π = 22/7, environ **3,14**…
- Chine (263) : **3,14**…
- **2012 : calcul de π avec 5.000 milliards de décimales !!! Alexander J. Yee et Shigeru Kondo (Japon)**
- **π = 3,14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899862803482534…**

Angles et arcs

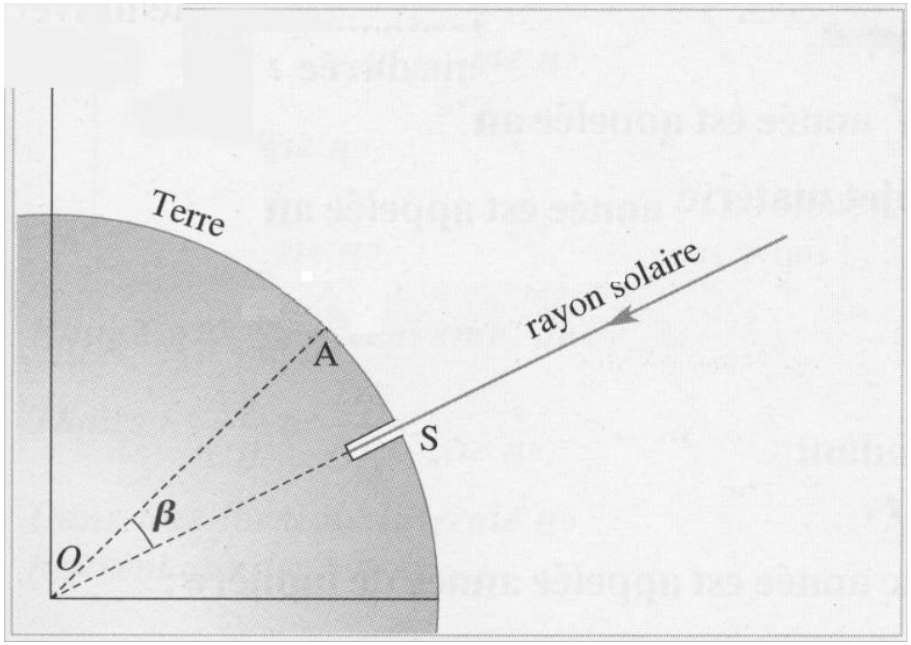


Nous disposons d'un premier arc SA de longueur « l » exprimée en mètres associé à un angle d'amplitude « β » que nous exprimerons en degrés.
Il y a un deuxième arc sur la figure : c'est celui qui commence en S et se termine en… S. L'angle associé fait 360°. La longueur de la circonférence est notée L.

Comme les longueurs des arcs sont proportionnelles aux mesures des angles, nous avons : **L / 360 = l / β**
d'où **L = 360 . l / β** (la fameuse règle de 3)
Conclusion : si on connaît un couple **l** *, β alors on connaît* **L**

Comment Eratosthène (-275 , -195), conservateur de la bibliothèque d'Alexandrie, a-t-il trouvé un tel couple* l , β *pour mesurer la circonférence de la terre ?

Circonférence et rayon de la terre

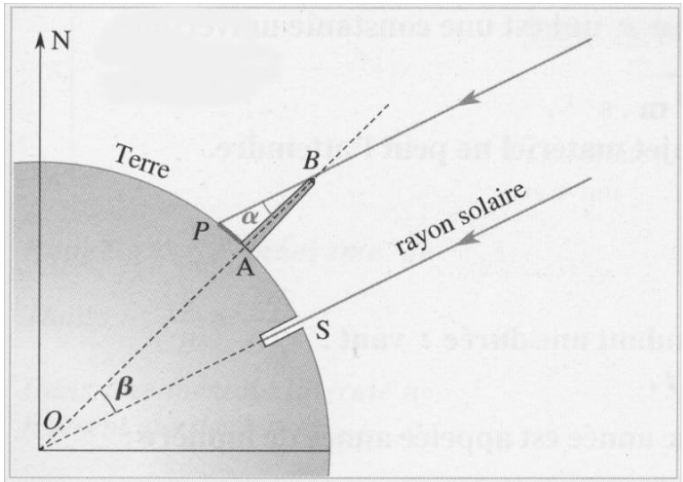


S : Syène à coté d'Assouan en Egypte, située sur le tropique du cancer. Le 21 juin, à midi, le soleil est à la verticale et peut se refléter au fond d'un puits célèbre.

A : Alexandrie (presque sur le même méridien)

***Notre couple* l , β** sera l'arc SA et l'angle entre les 2 rayons OS et OA. On peut mesurer **ces 2 quantités !**

Une idée géniale de simplicité !



On plante un bâton vertical AB en A. AP est son ombre. BA passe par le centre O de la terre.
On peut mesurer AB et AP.
AP et AB sont perpendiculaires (verticale et horizontale du lieu) : le triangle PAB est rectangle. On connaît les 2 cotés AP et AB de l'angle droit. Par conséquent tout est connu, en particulier l'angle α.

On a 2 rayons solaires parallèles coupés par une droite OAB, les angles α et β sont égaux d'après le Théorème de Thalès. Donc l'angle β est connu.
Il ne nous reste plus qu'à trouver la longueur **l** de l'arc SA.
Prière de ne pas sourire !
On fait le produit du nombre de jours qu'il faut à un chameau pour aller de Syène à Alexandrie par la distance qu'il parcourt chaque jour (nombre de pas multiplié par longueur d'un pas) !
Eratosthène trouve **39.375** Km au lieu de **40.075** Km à peu près en 200 avant J.C.
Erreur relative de l'ordre de **2 %**
Le rayon de la terre est trouvé du même coup, via p =2 π.R
Image : http://j.cassiot.free.fr/seconde/physique/partie1/activite1.3.pdf

Développement décimal (I)

- **Le nombre décimal** 226,549 est égal à 226549/1000, il s'agit d'un nombre rationnel.
- On peut associer à tout nombre réel un **développement décimal** (éventuellement avec une *infinité* de décimales) :
- 226549/1000 = 226,549
- 1/3 = 0,333333… la division de 1 par 3 ne s'arrête jamais !
- 9/14= 0, 6<u>428571</u>428571<u>428571</u>428571...
- π = 3,14159…

Développement décimal (II)

- **Les nombres rationnels ont un développement décimal <u>périodique</u>**. Le début de la partie périodique et la longueur de la période varient d'un nombre à l'autre (valable pour toutes les bases).
- Un dixième en base 10 s'écrit **0,1** mais en base 2, il devient **0,000<u>1100</u>1100<u>1100</u>1100…** *(périodicité, nombre **<u>infini</u>** de bits)*
- **Les nombres irrationnels ont un développement décimal <u>non</u> <u>périodique</u>**

La définition formelle des réels

- L'idée d'associer des nombres et des longueurs vient **d'Euclide** (IIIème siècle avant J.C.)
- La définition formelle des nombres réels (*en particulier des **irrationnels***) date d'environ **1870**, avec les travaux de Cantor, Meray et Dedekind… Le concept s'est révélé extrêmement riche et a donné lieu à de nombreux travaux.
- **Plus de 2 millénaires pour définir correctement les nombres réels !**

i

- **Règles des signes**
- (+).(+) = + (-).(-) = + (+).(-) = - (-).(+) = -
- Si x est un nombre, alors $x^2 = x.x$ est positif ou nul.
- On ne peut pas trouver x tel que $x^2 = -1$. La notation $x = \sqrt{(-1)}$ n'a pas de sens !

- *Jérôme Cardan ,*1545 : pour lui √-15 est une quantité « sophistiquée » qui lui permet d'écrire que l'équation $x^2 = -15$ a *deux* solutions + ou - √(-15)
- *Rafaele Bombelli*, 1572 : il donne les règles de calcul avec ces nombres… comme celles des autres nombres
- Cette nouveauté permet aux mathématiciens italiens de résoudre certaines équations.
- *Leonhard Euler*, en 1777, : **√-1 est désormais désigné par i**
- *Carl Friedrich Gauss*, 1831 : il renomme les quantités ***a* + i *b*** en ***NOMBRES COMPLEXES***, a et b sont des nombres réels. Si b = 0, on retrouve l'ensemble des nombres réels. Extension.
- *René Descartes,* 1637 : il les appelait nombres **imaginaires**.

Mécanique quantique
Equation de Schrödinger

Une particule quantique de masse m, libre de se déplacer, soumise à une force (dérivant d'un potentiel V), est décrite par une fonction d'onde **ψ(x, t)** qui vérifie l'équation de Schrödinger :

$$\mathbf{i\,\hbar\, \partial\psi(x, t)/\partial t = -h^2/2m\, \partial 2\psi(x, t)/\partial x2 + V(x)\psi(x, t)}$$

où ∂/∂t et ∂/∂x indiquent les dérivées partielles par rapport à t et x respectivement. ħ = h/2π, h est la constante de Planck

*A partir de la condition initiale **ψ(x, 0)** et du potentiel **V**, cette équation permet de calculer **ψ(x, t)***

→ Le culot de *Jérôme Cardan en* 1545 sert à Schrödinger pour décrire la nature en 1925. ***La nature est complexe !***

La même équation sans **i** : évolution

LES NOMBRES

et

L’INFORMATIQUE

Informatique : stockage des nombres

Exemples de nombres :

Base 10 : 9025 - 31 + 802,572 - 0,01025

Base 2 : 1011 - 101 + 101,01 - 0,001011

Une **mémoire élémentaire** en informatique (base 2) est appelée **BIT** (de **B**Inary dig**iT**). Elle ne peut contenir que **0 ou 1.** On regroupe les bits en **octets** qui eux ont une adresse (kilo-octets, méga-octets….)

Les nombres sont écrits avec des **chiffres** et les signes « **+ - ,** ». En informatique, tout est chiffre binaire, ***il faudra donc reconvertir les signes et la virgule en chiffres***.

Gestion de la virgule

Nous travaillons en décimales pour simplifier :

Ex 1 : + 123,4 = + 12,34 * 10 = + 1,234 * 100 = + 0,1234 * 1000 (un déplacement de la virgule vers la **gauche** = division par 10, compensée par une multiplication par 10)

Forme standardisée 1 : + 123,4 = + 0,1234 * 10 $^{+3}$

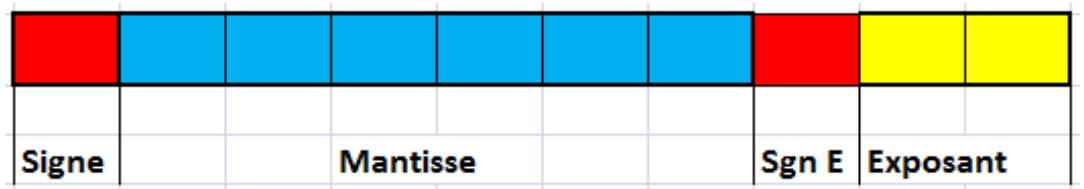
Ex 2 : - 0,001234 = - 0,01234 /10 = - 0,1234 /100 (un déplacement de la virgule vers la **droite** = multiplication par 10, compensée par une division par 10)

Forme standardisée 2 : - 0,001234 = - 0,1234 * 10 $^{-2}$

Les déplacements de la virgule entraînent ceci : le premier chiffre significatif est en première position après la virgule. La MANTISSE est l'ensemble des chiffres significatifs.

Stockage des nombres

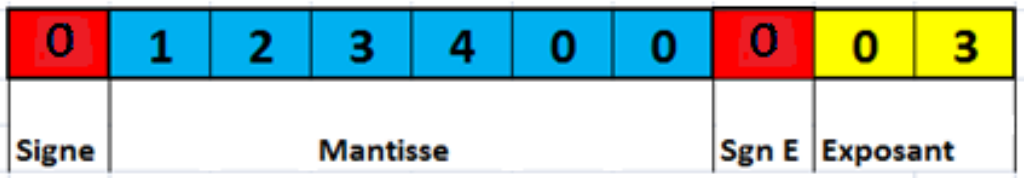
Pour simplifier, on travaille en décimales et on « décide » d'allouer 10 mémoires élémentaires à chaque nombre : **1** pour le signe du nombre, **6** pour la mantisse, **1** pour le signe de l'exposant, **2** pour l'exposant. Les signes **+** ou – sont identifiés à **0** ou 1.



Forme standardisée adaptée au stockage :

+ 123,4 = + 123,400 = + 0,123400 * 10 $^{+03}$

+ 123,4 ↔



Dans la pratique, on ne stocke pas l'exposant sous la forme + 03, mais +03 +100 = 103. *Nos exposants seront positifs, compris entre 1 et 199*.

Troncature

+ 123,4 ↔

0	1	2	3	4	0	0	0	0	3
Signe	Mantisse						Sgn E	Exposant	

Que se passe-t-il si on veut stocker +123,4567 ?

La mantisse a maintenant 7 chiffres significatifs : 1234567, il n'y a pas de place pour le 7, une troncature est obligatoire.

On stocke +123,456 avec une erreur de troncature de 7 dix-millième (123,4567 – 123,456 = 0,0007)

Dans un calcul, il faut savoir si ces erreurs sont importantes ou non. Sinon, le pire est à craindre !

Nous allons voir 2 exemples dans lesquels ces erreurs de troncature entraînent des catastrophes.

La troncature de 1/10 en binaire

0,1 *en décimal* s'écrit *en binaire* *(périodicité…)* :

b = 0,0001100110011001100110011001100110011001100…

La mantisse est en vert, elle a une infinité de caractères. Pour la **stocker**, nous sommes obligés de la **tronquer**, par exemple, avec **24 bits**. On obtient le nombre t au lieu de b.

t = 0,0001100110011001100110011001100

Les 27 premiers bits (après) la virgule de b et de t sont identiques. La différence d vaut :

d = 0,0000000000000000000000000011001100…

L'erreur de troncature exprimée en décimales vaut :

→ **E = 0,000 000 095 (95 milliardièmes)**

- **Erreur insignifiante ? Pas toujours !**

Un rendez-vous manqué

- Guerre du Golfe, 25 février 1991, un Scud irakien est lancé, il vise une base américaine proche de Dharan, Arabie Saoudite.
- Un missile anti-missile Patriot est lancé afin de détruire le Scud en vol.
- Il rate le Scud qui atteindra son objectif (28 militaires tués, plus de 100 civils blessés)
- Que s'est-il passé ?
- L'horloge interne du Patriot était entachée d'une erreur, d'où l'échec du « rendez-vous ».

La mesure du temps sur le « Patriot »

- ***Unité de temps sur le Patriot : le dixième de seconde. Le temps est repéré par un nombre entier n (n fois un dixième de seconde) à partir d'un temps 0, après synchronisation avec les satellites de surveillance.***
- Un dixième de seconde réel = un dixième de seconde du « Patriot » (tronqué) + **95 milliardièmes de seconde.**
- L'horloge interne du « Patriot » est en avance.
- **Erreur insignifiante ?**

Erreur de troncature insignifiante ?

- Le Patriot reçoit le message des satellites de surveillance : « Scud lancé à *10h* (par ex), avec telles conditions initiales ». Il s'était synchronisé avec les satellites depuis 100 heures (3.600.000 dixièmes de secondes). L'erreur par seconde étant de 95 milliardièmes, soit une erreur totale de **0,342 seconde.**
- Pour le Patriot, il est *10h + 0,342 sec*. Il va faire les calculs pour atteindre le Scud en **croyant** qu'il est parti depuis 0,342 sec. Pendant ce temps, **le Scud aurait parcouru 573 mètres** (1676 mètres par seconde multiplié par 0,342 seconde).

- **Le rendez-vous sera manqué ! Un désastre !**

Echec du premier vol d'Ariane 5

- 4 Juin 1996 : Ariane s'envole, changement brusque de trajectoire, ordre de destruction, 40 secondes après le décollage, 3700 mètres d'altitude !
- Coût : 500 millions de $ (plusieurs satellites à mettre en orbite)
- Enquête minutieuse de l'Agence Spatiale Européenne.

Un dépassement de capacité

- **Erreur de stockage** dans le programme de gestion du gyroscope (qui gère la position et la vitesse).
- **Calculs : 64 bits, stockage : 16 bits**
- *Cela suffisait pour Ariane 4, mais pas pour la 5*. Place insuffisante, « exception » non prévue, donc non gérée !
- Les ordinateurs de bord sont trompés, ils corrigent la trajectoire, alors que tout allait bien…
- Perte de contrôle, ordre de destruction !
- **http://fr.wikipedia.org/wiki/Ariane_5**

FIN DU VOYAGE !

MERCI